ECUACIÓN CUADRÁTICA

Una ecuación cuadrática con una incógnita se caracteriza por tener un término cuadrático, o sea, un término cuya variable está elevada a la dos.

Es de la forma ax2 + bx + c = 0, donde el coeficiente de x2  es diferente de cero. a, b y c son números reales.

Por ejemplo las ecuaciones x2 + 3x =3, x2 + x- 12 = 0 son ecuaciones cuadráticas.

Al resolver una ecuación cuadrática se procede de la siguiente forma:

1. Se iguala la ecuación a cero

2. Se Factoriza la expresión.

3. Se buscan valores para los cuáles cada factor sea cero.

4. Cuando la ecuación no se pueda Factorizar se buscan las soluciones aplicando la fórmula (se puede usar en cualquiera de los casos).

$$x=\frac{-b\pm \sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$$

Con el signo (+) se obtiene la solución o raíz 1: $x1=\frac{-b+\sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$

Con el signo (-) se obtiene la solución o raíz 2: $x2=\frac{-b-\sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$

Ejemplo 1:

 Resolver la ecuación X2 + X -12 = 0

Factorizando obtenemos (X +4). (X-3)= 0

Tomamos cada factor igual a cero, entonces

X+4 =0 $\rightarrow $ X = -4 Ó X – 3= 0 $\rightarrow $ X = 3

Las soluciones de la ecuación son X=-4 y X=3 que satisfacen la ecuación dada.

Ejemplo 2:

Tomando la misma ecuación del ejemplo 1 la resolvemos aplicando la fórmula.

X2 + X -12 = 0 donde los valores de cada letra están dados por:

 a = 1 y es el coeficiente de X2

 b = 1 es el coeficiente de X o término lineal.

 c = -12 es el término independiente

$x1=\frac{-b+\sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$ = $\frac{-1+\sqrt{1^{2}-4\left(1\right)(-12)}}{2(1)}$ =$\frac{-1+\sqrt{1+ 48}}{2}$ = $\frac{-1+\sqrt{49}}{2}$ = $\frac{-1+7}{2}$ = $\frac{6}{2}$ = 3

$x2=\frac{-b-\sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$ = $\frac{-1-\sqrt{1^{2}-4\left(1\right)(-12)}}{2(1)}$ = $\frac{-1-\sqrt{1+ 48}}{2}$ = $\frac{-1-\sqrt{49}}{2}$ = $\frac{-1-7}{2}$ = $\frac{-8}{2}$ = -4

Ejemplo 3:

Resolver la ecuación X2 + 2X -1 = 0

La expresión no es factorizable. Luego debemos aplicarla fórmula donde

 a = 1 y es el coeficiente de X2

 b = 2 es el coeficiente de X

 c = -1 es el término independiente.

$x1=\frac{-2+\sqrt{2^{2}-4.(1).(-1)}}{2(1)}$ = $\frac{- 2+ √8}{2}$

$x2=\frac{-2-\sqrt{2^{2}-4(1)(-1)}}{2(1)}$ = $\frac{- 2- √8}{2}$

Ejemplo 3:

El ancho de la base de una caja en forma de prisma mide tres veces la longitud de la altura, y la medida del largo es 5 dm más que el ancho. Si el área de la base es 204 cm2, ¿cuál es la medida de la altura?

 x

 3x

 3x +5

Para resolver el problema se plantea la ecuación y se resuelve:

3X (3X +5)= 204 pues la base del prisma es un rectángulo.

La ecuación igualándola a cero queda 9X2 + 15X – 204 = 0 es una ecuación cuadrática.

9X2 + 15X – 204 = 0

 a= 9, b = 15 y c= -204

Aplicando la fórmula se obtiene el valor de X = 4 es la solución, si se reemplaza este valor en la ecuación se cumple la igualdad. Se toma el valor positivo.

9X2 + 15X – 204 = 9(4)2 + 15 (4) – 204 = 144 + 60 – 204 = 0

Por lo tanto, la altura de la caja es 4 dm.

ACTIVIDAD.

A. Resuelve aplicando la fórmula o Factorizando cuando sea posible cada ecuación.

1. X2 – 5X + 6 =0

2. X2 + 5X - 50 =0

3. X2 + 12 X + 32 =04. X2 – X - 42 =0

B. Una agencia de viajes está organizando algunos planes de viaje y construye expresiones matemáticas para hacer ci

ertos cálculos.

1. Se calcula que el número de personas que comprarán el plan A será un número tal que cumpla la ecuación X2 – 13X + 40 =0. ¿Cuántas personas se espera que tomen el plan A?

2. La distancia entre dos poblaciones es una cantidad x de km que cumple la ecuación X2 + 9 X - 36 =0. ¡Cuál es la distancia entre las dos poblaciones?

3. Se calcula que la temperatura aproximada de cierta ciudad al medio día es tal que cumple la ecuación X2 –22 X + 121 =0. ¡Cuál es esa temperatura?

4. Un tren de turismo hace dos recorridos por la ciudad, uno corto y otro largo. Se ha establecido que los tiempos que dura en hacer cada uno de los viajes cumplen con la ecuación 2X2 –8 X +3 =0. Halla el tiempo aproximado en horas que emplea en hacer cada recorrido.

 tomado de

Estrategias matemáticas 9, educar editores, edición 2006

Soluciones matemáticas 9 , futuro editorial, edición2007